

DM11 – à rendre le 19 janvier 2022

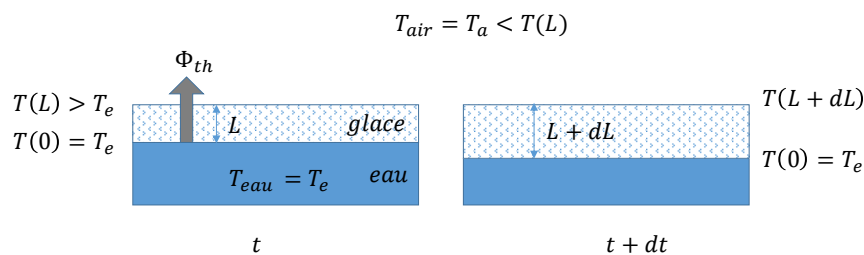
Cinétique de croissance d'une couche de glace à la surface d'un lac

On considère un lac en période hivernale. L'air au-dessus du lac est à la température, constante et uniforme, $T_{air} = -15^\circ\text{C}$. Pour simplifier l'étude, le lac sera supposé parallélépipédique de section constante S .

La fraîcheur de l'air entraîne la formation d'une couche de glace à la surface de l'eau.

Les notations suivantes seront adoptées :

- $T_a = T_{air} = -15^\circ\text{C}$: température uniforme et constante de l'air ambiant,
- $T_e = T_{eau} = -4^\circ\text{C}$: température uniforme et constante de l'eau,
- T_L : température de la couche supérieure de la glace en contact avec l'air,
- $\ell_{fus} = 3 \cdot 10^5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$: enthalpie massique de fusion de la glace



Le flux thermique produit par la solidification de la glace diffuse à travers la glace.

Flux thermique

1. Justifier le sens du flux thermique.
2. Pendant une durée dt , la couche de glace croît d'une épaisseur dL . Exprimer le volume de glace formé pendant dt en fonction de ρ_{glace} , S et dL .
3. Rappeler la définition d'un flux thermique ϕ et déduire de la question précédente, l'expression du flux thermique diffusant à travers la glace.

Résistances thermiques

On suppose que le transfert thermique à l'interface glace-air est correctement modélisé par la loi de Newton.

4. Définir une résistance thermique. Exprimer la résistance conducto-convective de l'interface air-glace. Relier le transfert thermique ϕ exprimé à la question 3 et la différence de température $T_L - T_a$.
5. Calculer la résistance thermique diffusive de la glace.

Établissement de l'équation différentielle régissant les variations de L et résolution

6. À partir des résultats des parties précédentes, établir l'équation différentielle vérifiée par $L(t)$.
7. Résoudre l'équation différentielle en supposant que l'épaisseur est nulle à l'instant initial.
8. Déterminer la durée au bout de laquelle une épaisseur de 20 cm de glace est atteinte.