

24/02/2020

IV – Mécanique

Chapitre IV.3 :

Force conservative / Energie potentielle

Problématique

Déjà 1BCPST : aspects « Energie »

- Force conservative
- Energie potentielle

2BCPST

- Utilisation du gradient
- Interactions newtoniennes :
 - Aspect conservatif
 - Potentiel associé

Plan du cours

1 – Rappels sur le gradient

2 – Forces conservatives

- Définition
- Exemples de forces conservatives
- Energies potentielles associées

3 – Champ et potentiel associés aux interactions newtoniennes

- Force gravitationnelle
- Force électrostatique

4 – Exercice classique : le satellite terrestre

1. Rappels sur le gradient

- **Expressions :**

- Coordonnées cartésiennes

$$\overrightarrow{\text{grad}} V = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{e}_z$$

- Coordonnées cylindriques

$$\overrightarrow{\text{grad}} V = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{e}_z$$

- **Remarque :** Problèmes unidimensionnels à symétrie radiale

- ***Différentielle de V***
- ***Propriétés du vecteur gradient :***
 - Direction : normale aux surfaces iso V
 - Orientation : sens des V croissants



2. Forces conservatives

2.1. Définitions (rappels)

- **Définition :**

Existence d'une fonction scalaire E_p telle que :

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} E_p$$

- **Conséquence :**

- Travail indépendant du chemin suivi

- Démo : $\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{d\ell} = -\overrightarrow{\text{grad}} E_p \cdot \overrightarrow{d\ell} = -dE_p$

- **Rappels :**

- Théorème de l'énergie cinétique

- Théorème de l'énergie mécanique

2.2. Exemple de forces conservatives

- **Interaction gravitationnelle**

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{e}_r \Rightarrow E_p = -G \frac{m_1 m_2}{r} + cte$$

- **Interaction électrostatique**

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \vec{e}_r \Rightarrow E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} + cte$$

- **Poids**

$$\vec{P} = m\vec{g} \Rightarrow E_p = \pm mgz + cte$$

- **Force de rappel d'un ressort**

$$\vec{F} = -k(\ell - \ell_0)\vec{e}_{ext} = -kx\vec{e}_x \Rightarrow E_{pe} = \frac{1}{2}k(\ell - \ell_0)^2 + cte$$

3. Champs et potentiels newtoniens

3.1. Interaction gravitationnelle

- **Définition :**

- Champ gravitationnel créé par une masse m_0

$$\vec{F}_g = m \cdot \vec{G}$$

- Valeur dépend uniquement de position du pt M

- **Si l'altitude $z \ll R_T$:** Analogie avec le poids

- **Potentiel gravitationnel associé :** $\vec{G} = -\overrightarrow{\text{grad}} V_g$

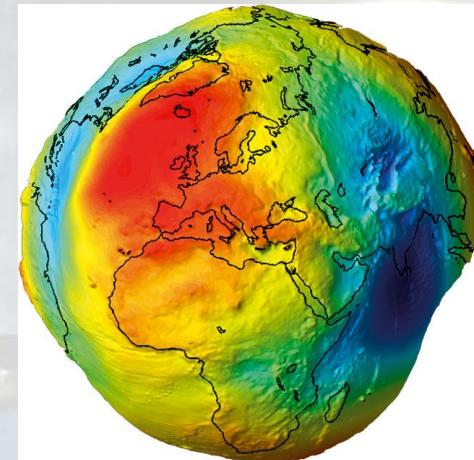
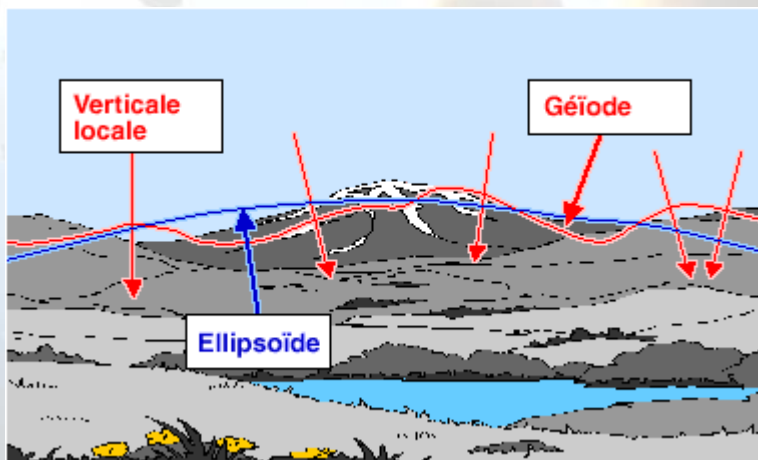
- Expression de V_g

- Direction de \vec{G} : normal aux iso- V_g

- Sens de \vec{G} : orienté dans sens des V_g décroissants

- **Application :Géoïde**

- Géoïde = surface iso- V_g
- Champ de pesanteur \vec{g} orthogonal au géoïde.
- Composition interne locale de la Terre induit des fluctuations dans le champ de pesanteur :
géoïde non confondu avec ellipsoïde
- Référence pour mesures précises d'altitude



<http://jlamerenx.fr/mecanique/>

3.2. Interaction électrostatique

- **Définition :**

- Champ électrostatique créé par une charge q_0

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$$

- Unité du champ électrique \vec{E}
- Valeur dépend uniquement de position du pt M

- **Potentiel gravitationnel associé :** $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V_e$

- Expression de V_e (dans le cas d'une charge ponctuelle)
- Direction de \vec{E} : normal aux iso- V_e
- Sens de \vec{E} : orienté dans sens des V_e décroissants