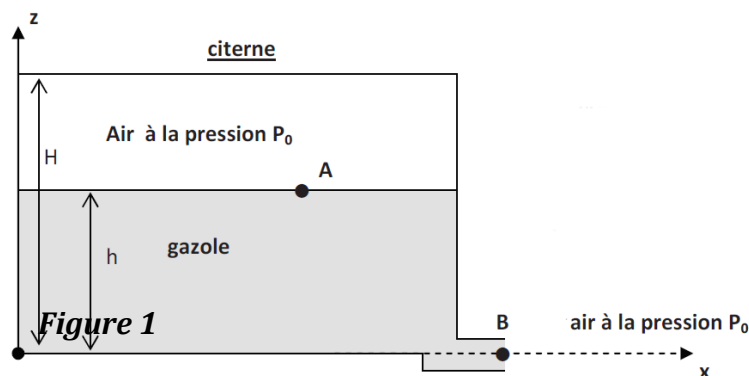


1. Vidange d'une citerne de gazole

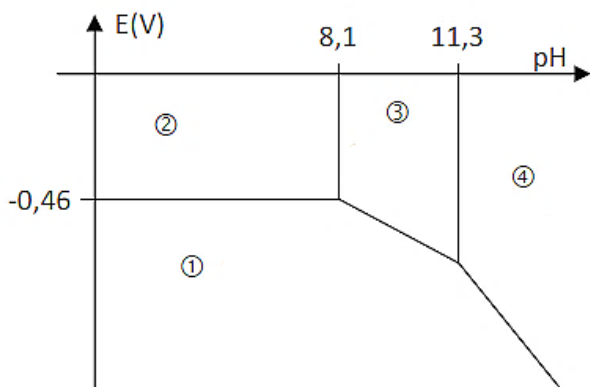
Le sujet s'intéresse dans un premier temps à la vidange d'une citerne de gazole (figure 1) et à son utilisation pour remplir le réservoir d'une voiture. Dans tout le problème, le champ de pesanteur terrestre sera considéré comme uniforme, d'intensité $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$; l'air atmosphérique est à la pression uniforme $P_0 = 1 \text{ bar}$.

Dans un second temps, le sujet aborde le dosage d'ions nitrate dans les gaz d'échappement d'un moteur thermique alimenté avec du gazole.



Données :

- **Citerne :**
 - Hauteur de la citerne : $H = 1,00 \text{ m}$
 - Section de la citerne : $S_A = 1,00 \text{ m}^2$
 - Section de l'orifice de vidange (point B) : $S_B = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
- **Gazole :**
 - Masse volumique du gazole : $\rho = 840 \text{ kg.m}^{-3}$
 - Viscosité dynamique du gazole : $\eta = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
- **Diagramme potentiel-pH simplifié du cadmium**



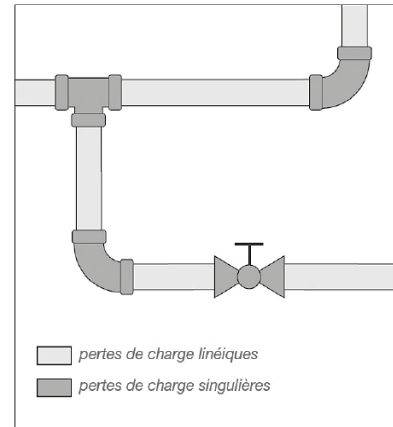
Le diagramme potentiel-pH simplifié du cadmium présenté ci-contre est, tracé pour une concentration molaire totale en cadmium dissous $C_0 = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Il met en jeu les espèces suivantes : Cd(s) , $\text{Cd}_{(\text{aq})}^{2+}$, $\text{Cd(OH)}_{2(\text{s})}$ et $\text{HCdO}_{2(\text{aq})}^-$.

- **Potentiel standard :** $E^\circ(\text{NO}_3^-_{(\text{aq})} / \text{NO}_2^-_{(\text{aq})}) = 0,94 \text{ V}$
- **Masses molaires atomiques :** N : 14 g.mol^{-1} O : 16 g.mol^{-1}

Document 1 : pertes de charge pour l'écoulement d'un fluide réel

Un fluide réel subit au cours de son écoulement des pertes de charge, en raison de la présence de forces de cisaillement (frottements visqueux) qui entraînent une résistance à l'écoulement. On distingue :

- les **pertes de charge régulières**, ou pertes de charge linéiques, liées aux gradients de vitesse occasionnés par l'adhérence du fluide aux parois des conduites.
- les **pertes de charge singulières**, liées à la présence d'une modification brusque de la géométrie de l'écoulement : élargissement ou rétrécissement brusque de la conduite ; coude ; présence d'une vanne, d'un robinet, d'un clapet... Cette singularité géométrique provoque localement une modification importante du champ de vitesse (intensité, direction, présence de tourbillons) et conduit à la présence de turbulences. Le rôle des turbulences est essentiel, et, ici encore, la viscosité sera responsable de la dissipation d'énergie.



Il est fondamental de pouvoir caractériser ces pertes de charge pour dimensionner les conduites d'écoulement et pour calculer les caractéristiques des pompes et ventilateurs qui provoquent et/ou maintiennent l'écoulement des fluides.

Une **perte de charge régulière** dans une conduite de longueur ℓ et de diamètre intérieur d s'exprime comme :

$$\Delta P_r = \lambda \cdot \frac{\ell}{d} \cdot \frac{\rho v^2}{2}$$

où λ un coefficient adimensionné dont la valeur dépend de la nature de l'écoulement et de la rugosité de la conduite. Pour un écoulement turbulent dont le nombre de Reynolds Re est inférieur à 10^5 , le coefficient de perte de charge régulière dans une conduite lisse est donné par la formule de Blasius :

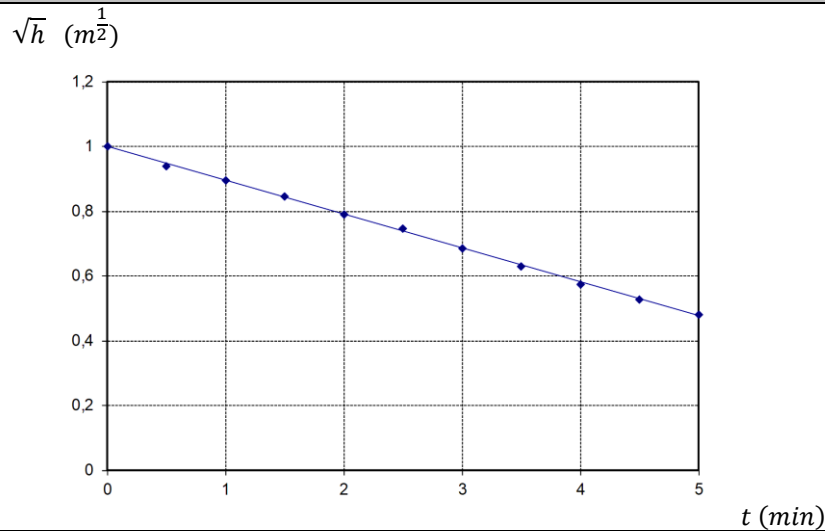
$$\lambda = \frac{0,316}{(Re)^{1/4}}$$

Une **perte de charge singulière** est due à un « accident » de canalisation, qui conduit à une modification brusque de la géométrie de l'écoulement. Elle peut s'exprimer comme :

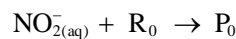
$$\Delta P_s = K \cdot \frac{\rho v^2}{2}$$

où v est la vitesse moyenne du fluide et K est un coefficient sans dimension dont la valeur dépend de la nature de la singularité rencontrée. On donne ci-dessous le coefficient K pour différents types de singularités :

Tuyau rigide sans saillie à l'intérieur d'un réservoir, avec raccordement à angles vifs	Coude brusque	Coude arrondi
	 θ : angle de déviation	 d : diamètre intérieur du tuyau r : rayon de courbure
$K = 0,55$	$K = \sin^2 \theta + 2 \sin^4 \left(\frac{\theta}{2} \right)$	$K = \left[0,131 + 1,847 \left(\frac{d}{2r} \right)^{7/2} \right] \frac{\theta}{90}$

Document 2 : évolution de la hauteur d'eau dans la citerne lors de sa vidange par la vanne**Document 3 : dosage des ions nitrate dans une solution acide****Principe du dosage**

Pour doser les ions nitrate, on commence par les transformer en ions nitrite. Ces derniers réagissent en milieu acide avec le sulfanilamide et, en présence de N-(1-naphtyl)éthylènediamine (NED), conduisent à la formation d'un composé de couleur rose que l'on peut doser par spectrophotométrie d'absorption moléculaire. Le réactif (sulfanilamide + NED) est noté R_0 . Il réagit mole à mole avec les ions nitrite, la transformation est totale et conduit à P_0 (seule espèce absorbante, colorée en rose) :

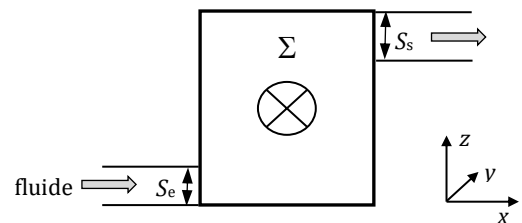
**Mode opératoire**

- Faire passer un litre de la solution S contenant les ions nitrite à doser dans une colonne de chromatographie contenant des grains de cadmium métallique Cd.
- Prélever précisément 50,0 mL du filtrat et les placer dans une fiole jaugée de 100 mL. Ajouter précisément 1,00 mL de solution du réactif R_0 . La solution se colore en rose. Compléter au trait de jauge et attendre une quinzaine de minutes.
- Régler la longueur d'onde du spectrophotomètre sur 540 nm puis faire « le blanc » à l'eau distillée. Mesurer l'absorbance de la solution.

A. Préliminaires

1. Exprimer le nombre de Reynolds Re relatif à l'écoulement d'un fluide incompressible dans une canalisation cylindrique de diamètre d . Préciser la signification physique du nombre de Reynolds et son rôle dans la description des écoulements.
2. Quelle est l'unité de la charge C d'un fluide ? Que représente concrètement cette grandeur ?

On considère l'écoulement d'un fluide incompressible à travers un système Σ comportant d'éventuelles pièces mobiles dans le référentiel terrestre galiléen muni d'un repère orthonormé d'axe z vertical ascendant. Au niveau des sections d'entrée S_e et de sortie S_s du système, la pression est supposée uniforme et le fluide y est respectivement caractérisé par sa vitesse moyenne, v_e ou v_s .



3. Réaliser un bilan d'énergie mécanique lors d'un écoulement de fluide à travers le système ouvert Σ . En déduire que la variation de la charge entre l'entrée et la sortie du système s'exprime comme :

$$\Delta C_{e \rightarrow s} = \frac{P_u}{D_v} - \Delta P_c$$

(P_u : puissance utile reçue par le fluide ; D_v : débit volumique ; ΔP_c : perte de charge liée aux frottements visqueux)

B. Écoulement idéalisé : fluide parfait

On s'intéresse ici à la vidange de la citerne dont les caractéristiques techniques sont précisées dans les données. Le gazole est supposé incompressible parfait.

4. Qu'est-ce qu'un fluide parfait ?
5. Justifier que le régime d'écoulement puisse être considéré comme quasi-stationnaire.
6. On note h la hauteur de gazole dans la citerne à un instant t quelconque. Établir l'expression de la vitesse v_B du fluide à la sortie de la citerne en fonction de g et h .
7. La citerne est initialement pleine, sur toute sa hauteur H .
 - a. Estimer le temps T nécessaire pour vidanger complètement la citerne, puis calculer T .
 - b. Confronter ce résultat au graphique proposé au **document 2**. Discuter de la validité du modèle retenu.

C. Prise en compte d'une perte de charge singulière

Au niveau de l'orifice de vidange, il existe une perturbation de l'écoulement qui entraîne une perte de charge singulière.

8. En vous appuyant sur le résultat de la question 3, exprimer le bilan d'énergie mécanique pour l'écoulement du gazole entre les points A et B, et en déduire une nouvelle expression de la vitesse v_B en tenant compte de la perte de charge singulière.
9. Exprimer le nouveau temps T' nécessaire pour vidanger complètement la citerne en fonction de T et du coefficient de perte de charge singulière K , puis calculer T' . Le résultat est-il en accord avec le graphique du **document 2** ?

D. Prise en compte d'une perte de charge régulière

La citerne étant enterrée, on accroche au niveau de l'orifice de vidange B une conduite cylindrique verticale de grande longueur et de diamètre intérieur $d = 2a$ afin de permettre la remontée du gazole à la surface. La figure 2 ci-contre représente une portion $\ell = C_1C_2$ de cette conduite.

L'étude de l'écoulement entre C_1 et C_2 nécessite la prise en compte de la dissipation d'énergie par frottement contre les parois du tuyau (perte de charge régulière) liée au caractère visqueux du gazole. Dans toute la suite du problème, le gazole sera considéré comme un fluide newtonien incompressible, de masse volumique ρ , de viscosité dynamique η , qui s'écoule en régime quasi-stationnaire.

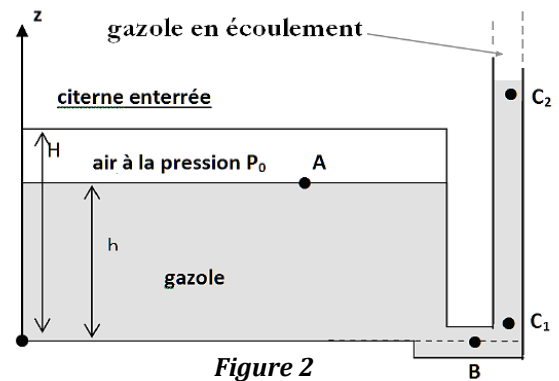


Figure 2

L'écoulement du gazole entre C_1 et C_2 étant supposé laminaire, on montre que le champ de vitesse dans la conduite est à symétrie cylindrique et s'exprime comme :

$$\vec{v}(r) = v(r) \cdot \vec{u}_z = \frac{P(C_1) - P(C_2) - \rho g \ell}{4\eta \ell} (a^2 - r^2) \cdot \vec{u}_z$$

($P(C_1)$ et $P(C_2)$ représentent respectivement les pressions en C_1 et en C_2 , uniformes sur une section droite de conduite)

10. Commenter les valeurs aux limites de ce champ de vitesse.
11. Déterminer l'expression du débit volumique D_v du gazole à travers une section droite de la conduite verticale. En déduire que la vitesse moyenne dans une section de la conduite a pour expression :

$$v_{\text{moy}} = \frac{P(C_1) - P(C_2) - \rho g \ell}{8\eta \ell} a^2$$
12. Les frottements du fluide sur les parois de la conduite conduisent à une perte charge régulière ΔP_r , caractérisée par son coefficient λ . Justifier que : $\Delta P_r = P(C_1) - P(C_2) - \rho g \ell$.
13. Déterminer l'expression du coefficient λ en fonction de η , ρ , v_{moy} et a . En déduire que : $\lambda = \frac{64}{Re}$ où Re est le nombre de Reynolds pour l'écoulement de gazole dans la conduite cylindrique.
14. La vitesse moyenne du gazole dans la conduite de rayon $a = 1,80$ cm est $v_{\text{moy}} = 4,50$ m.s⁻¹. L'hypothèse d'un écoulement laminaire est-elle valide ? Conclure.
15. Si l'on souhaite réduire les pertes de charges régulières, sur quel paramètre peut-on influencer simplement ?

E. Remplissage du réservoir d'une voiture

On utilise une pompe centrifuge pour déplacer le gazole de la citerne au réservoir d'une voiture. La figure 3 ci-dessous modélise simplement le circuit du fluide (la citerne étant enterrée, on a bien évidemment $z_E > z_A$).

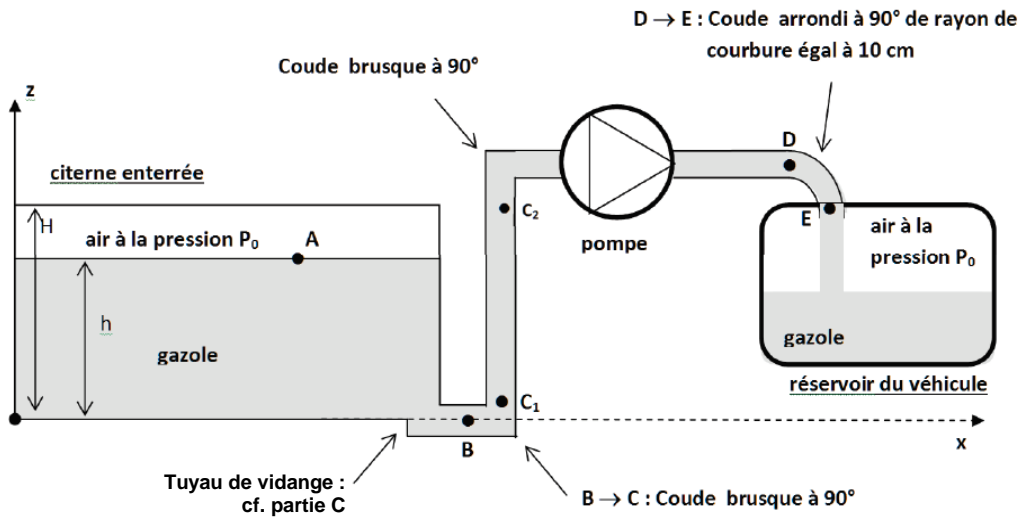


Figure 3

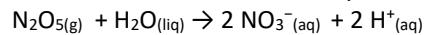
La présence de la pompe utilisée ici occasionne une perte de charge singulière de coefficient $K_{pompe} = 6$.

16. En vous appuyant sur le **document 1**, déterminer la valeur numérique du coefficient $K_{s,tot}$ correspondant à l'ensemble des singularités des canalisations détaillées sur la figure 3 schéma ci-dessus. On prendra soin de préciser les différents termes intervenant dans $K_{s,tot}$. Calculer la valeur totale des pertes de charge singulières $\Delta P_{s,tot}$.
17. Les différentes conduites possèdent toutes le même rayon $a = 1,80 \text{ cm}$ et le gazole s'y écoule avec une vitesse moyenne $v_{moy} = 4,50 \text{ m.s}^{-1}$. La totalité des longueurs droites des différentes conduites valant approximativement 10 m, déterminer le coefficient λ de perte de charge régulière et en déduire la valeur totale des pertes de charge régulières $\Delta P_{r,tot}$.
18. Déterminer la valeur du débit volumique D_v du gazole dans l'installation.
19. En vous appuyant sur le bilan établi à la question 3, déterminer l'expression de la puissance électrique P_e alimentant la pompe, sachant qu'elle a un rendement $R = 80 \%$. Calculer la valeur de P_e pour une variation d'altitude $z_E - z_A = 5 \text{ m}$.

F. Dosage des ions nitrate dans des gaz d'échappement

Dans cette partie, on prendra : $\frac{RT}{F} \cdot \ln(10) = 0,06 \text{ V}$, F étant la constante de Faraday.

Dans l'atmosphère, le dioxyde d'azote NO_2 entre dans une chaîne de plusieurs transformations menant à la formation d'ozone O_3 , gaz toxique. On obtient par ailleurs de nombreux produits dérivés et notamment du pentaoxyde de diazote N_2O_5 . En atmosphère humide, N_2O_5 réagit avec l'eau pour former une solution d'acide nitrique selon l'équation de réaction :



On souhaite utiliser cette réaction pour déterminer la concentration en $\text{N}_2\text{O}_{5(g)}$ présent dans les gaz d'échappement d'un moteur thermique d'un groupe électrogène alimenté avec du gazole. Pour cela, on fait barboter $1,0 \text{ m}^3$ de gaz d'échappement dans un $1,0 \text{ L}$ d'eau. On admet que la totalité des nitrates NO_3^- se retrouve en solution aqueuse acide. La solution S_0 obtenue est dosée selon le protocole proposé au **document 3**.

Une solution mère (appelée S_1) acide et contenant des ions nitrates de concentration connue est préparée au laboratoire et on fabrique par dilutions successives plusieurs solutions filles nommées S_2, S_3, S_4 et S_5 . Ces 5 solutions sont dosées en suivant le même protocole que pour la solution S_0 .

Les absorbances mesurées à 540 nm sur les différentes solutions sont consignées dans le tableau ci-dessous.

Solution	Eau	S_5	S_4	S_3	S_2	S_1	S_0
Concentration massique initiale en nitrate (mg.L^{-1})	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	?
Absorbance A	0,000	0,127	0,254	0,382	0,509	0,636	0,231

20. Étude du diagramme potentiel-pH du cadmium

Le protocole de dosage commence par le passage de la solution contenant les ions nitrate sur une colonne de chromatographie contenant du cadmium solide. On se propose dans un premier temps d'étudier le diagramme potentiel-pH relatif à cet élément.

- a. Déterminer la structure électronique d'un atome de cadmium dans son état fondamental (Z = 48). Quel est le degré d'oxydation le plus probable de cet élément ?
 - b. Attribuer les différents domaines du diagramme aux espèces prises en compte pour sa construction.
 - c. Déterminer la valeur du potentiel standard $E^\circ(\text{Cd}^{2+}/\text{Cd})$, en justifiant.
 - d. Calculer le produit de solubilité K_s de l'hydroxyde de cadmium $\text{Cd}(\text{OH})_{2(s)}$.
 - e. Déterminer l'équation de la droite frontière séparant les domaines ① et ③.
 - f. Que se passe-t-il, en principe, si on met du cadmium dans l'eau ? Discuter suivant les valeurs du pH.
- 21.** Écrire l'équation de la réaction se produisant entre le cadmium métallique et les ions nitrate en milieu acide et justifier que cette réaction est quantitative.
- 22.** Pourquoi choisit-on une longueur d'onde de 540 nm pour réaliser l'analyse spectrophotométrique ?
- 23.** Rappeler la loi de Beer-Lambert en précisant la signification et l'unité des différentes grandeurs. Cette loi est-elle vérifiée au cours du protocole réalisé ?
- 24.** Déterminer la concentration massique en acide nitrique initialement présent dans la solution S_0 et en déduire la concentration massique initiale en N_2O_5 (exprimée en mg par m^3 de gaz d'échappement).

2. Détection d'exoplanètes

L'observation directe d'une planète extrasolaire (ou *exoplanète*) est très difficile car la lumière émise par l'étoile autour de laquelle elle gravite, éblouit la caméra et empêche, sauf cas rares, de voir la planète. Il est cependant possible de détecter les effets de la révolution d'une exoplanète autour de son étoile. En effet, la révolution de l'exoplanète autour de son étoile induit un léger déplacement de l'étoile qui semble se rapprocher ou s'éloigner d'un observateur sur Terre. Cet effet est détectable à l'aide de la spectroscopie, on l'appelle l'effet Doppler-Fizeau, ou encore la méthode des vitesses radiales.

La première détection de telles planètes est récente. En 1995, Michel Mayor et Didier Queloz, de l'observatoire de Genève, ont pour la première fois formellement identifié une planète extra-solaire ; elle orbite autour de l'étoile 51-Pégase, à 42 années-lumière de la Terre.

Chaque jour, pendant 10 jours, à heure à peu près fixe, le spectre lumineux provenant de l'exoplanète a été analysé. En particulier, la longueur d'onde de l'une des raies d'émission du sodium est mesurée et comparée à la valeur émise dans le vide :

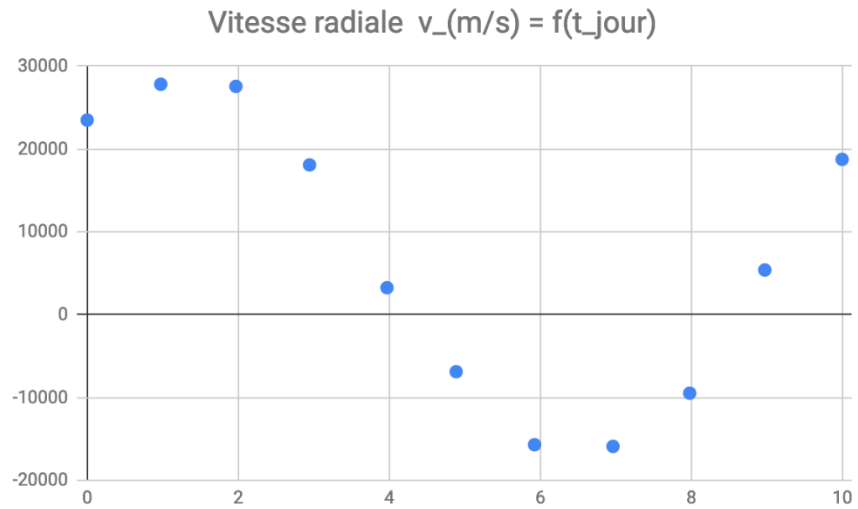
$$\lambda_{1,\text{vide}} = 588,9950 \text{ nm}$$

Le décalage entre la longueur émise et la longueur d'onde reçue permet d'évaluer la vitesse radiale de l'exoplanète :

$$\left| \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right| = \frac{v_{\text{planète}}}{c}$$

Instant t (en jour)	λ_1 (en nm)	v (en km/s)
0	589,0411	23,5
0,974505	589,0496	27,8
1,969681	589,0491	27,6
2,944838	589,0305	18,1
3,970746	589,0014	3,26
4,886585	588,9815	-6,88
5,924292	488,9642	-15,7
6,963536	588,9638	-15,9
7,978645	588,9764	-9,47
8,973648	589,0056	5,40
9,997550	589,0318	18,7

La valeur de cette vitesse dépend du temps comme le montre le graphique suivant :



En exploitant les informations fournies, il est demandé au candidat de proposer une estimation du rayon de l'orbite de l'exoplanète autour de son étoile. Le raisonnement sera explicité, les hypothèses utilisées mentionnées. La pertinence de la modélisation succinctement discutée. Pour s'aider, le candidat pourra notamment :

- Etablir la relation entre le décalage de longueur d'onde et la vitesse de l'exoplanète.
- Estimer la période de révolution et la vitesse moyenne de l'exoplanète autour de son étoile.
- Proposer une modélisation mécanique du mouvement de l'exoplanète.

Données numériques :

- Masse de l'étoile 51-Pegase : $M_E = 2.10^{30} \text{ kg}$
- Constante universelle de gravitation : $G = 6,67.10^{-11} \text{ SI}$
- Célérité des ondes lumineuses dans le vide : $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$