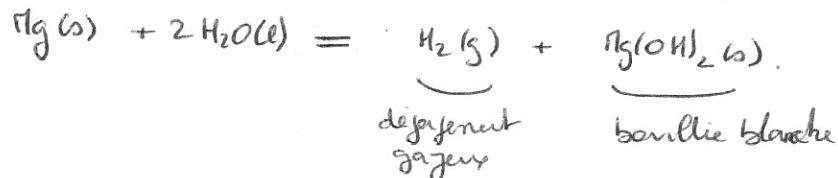


## Thermodynamique

### 1. LE CHAUFFE-PLAT

Démarche : la température finale du dispositif (80°C) permet de déterminer la masse de magnésium à utiliser. Avant cela, il faut identifier l'équation de la réaction.

Équation de réaction :



Caractère total ?

$$\Delta G^\circ = -RT\ln K^\circ$$

$$\text{loi de Hess : } \Delta rG^\circ = \underbrace{\Delta fG^\circ(\text{H}_2\text{g})}_{=0} + \underbrace{\Delta fG^\circ(\text{Mg(OH)}_2\text{s})}_{=0} - \underbrace{\Delta fG^\circ(\text{Mg(s)})}_{=0} - 2\Delta fG^\circ(\text{H}_2\text{O,l})$$

Ce sont les états standard de référence des éléments magnésien et hydrogène.

$$\Delta rG^\circ = -359,1 \text{ kJ.mol}^{-1} \text{ à } 298\text{K}$$

$\Rightarrow \approx 298\text{K}$ ,

$$K^\circ = \exp\left(-\frac{\Delta rG^\circ(298)}{R \times 298}\right) = 3 \cdot 10^{62}$$

la réaction est tellement favorable qu'il paraît légitime de considérer la transformation quasi-totale.

Réactif limitant ? En toute vraisemblance, le magnésium, plus cher, est choisi comme réactif limitant.

Par ailleurs, l'énoncé précise l'obtention d'une bouillie, qui devrait être le solide  $\text{Mg(OH)}_2\text{(s)}$  dans de l'eau.

Et il est dit que l'eau est aussi chauffée jusqu'à 80°C.

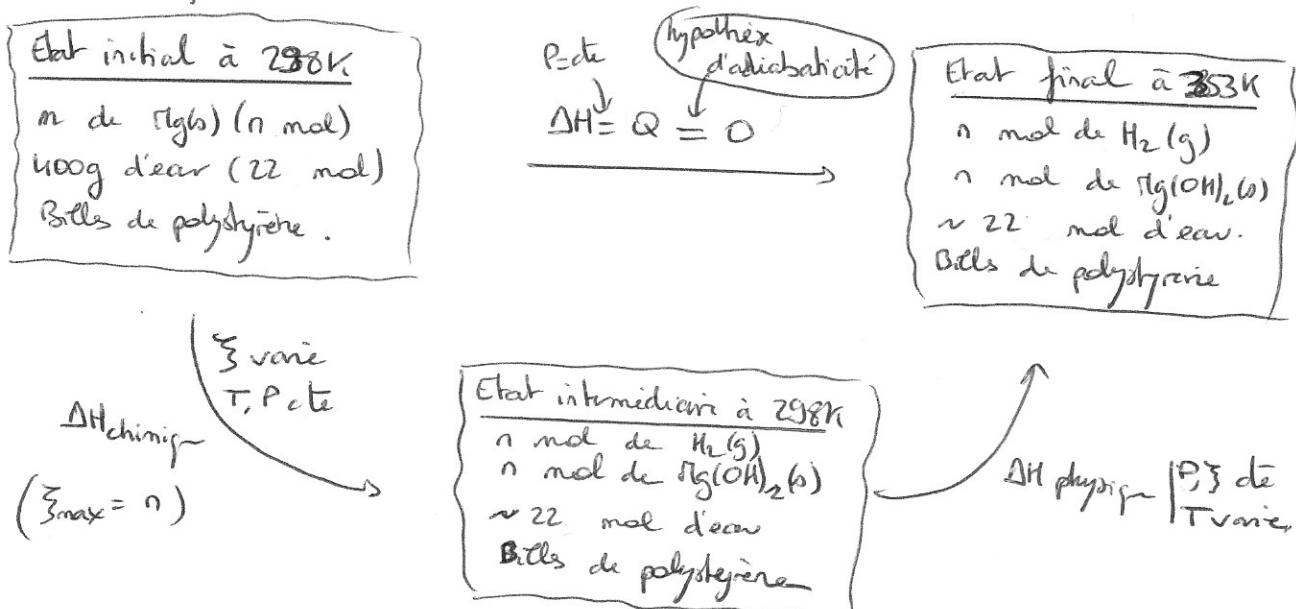
## Caractère exothermique ?

D'après la loi de Hess,  $\Delta_rH^\circ = \Delta_fH^\circ(\text{Mg(OH)}_2, s) + \Delta_fH^\circ(\text{H}_2, g) - \Delta_fH^\circ(\text{g}, s) - 2 \Delta_fH^\circ(\text{H}_2\text{O}, l)$

$$\Delta_rH^\circ = -352,9 \text{ kJ.mol}^{-1} < 0 \rightarrow \text{transfert exothermique}$$

$\Rightarrow$  cohérent avec l'augmentation de température.

Cycle thermodynamique représentant l'addition du système.



### Hypothèses simplificatives.

- \* Pour mener le calcul à son terme, on propose que l'addition est suffisamment rapide pour pouvoir négliger les pertes thermiques.
- \* En l'absence d'informations sur l'emballage (cavité, ... ) et sur la capacité thermique du polystyrène, on peut ici négliger leur influence.
- \* Le gaz  $\text{H}_2$  a pu s'échapper de la cavité  $\rightarrow$  il n'est pas chauffé pendant la seconde phase.
- \* On assimile l'eau salée à de l'eau pure en termes de capacité thermique et de masse volumique (400g d'eau salée  $\rightarrow$  400g d'eau).

### Application numérique:

$$\Delta H = 0 = \Delta H_{\text{chim}} + \Delta H_{\text{phys}}$$

$$0 = n \cdot \Delta_rH^\circ + [n \cdot C_p m(\text{Mg(OH)}_2) + 22 \cdot C_p m(\text{H}_2\text{O}, l)] (T_f - T_i)$$

$$\Rightarrow n = 0,3 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{masse de magnésium: } 6,4 \text{ g.}} \\ \text{Coût: } 0,3 \text{ € / cavité.}$$

## Validation du calcul.

④ Est-ce que c'est légitime de considérer que la quantité de matière d'eau est quasi-constante ?

Oui 0,3 mol de Mg nécessite 0,6 mol d'eau pour réagir.  
 ⇒ la quantité d'eau passe de 22,2 mol à 21,6 mol.

⑤ Le magnésium était-il l'istant ?

$$\frac{n_{Mg}}{1} < \frac{n_{H_2O}}{2}$$

⑥ La masse de magnésium obtenue ne paraît pas aberrante. En revanche, la quantité de magnésium est sous-estimée en fait des approximations.

## Améliorations possibles du modèle :

→ On pourrait considérer qu'il y a des pertes thermiques. Dans ce cas, l'énergie libérée par la transformation chimique n'est pas entièrement récupérée par le chauffage du mélange. Ceci reviendrait à ajouter un coefficient devant  $n \cdot \Delta H^\circ$ .

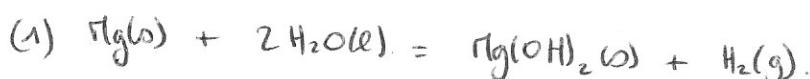
Expl : si l'on tient compte qu'il y a 20% de pertes thermiques, l'équation devient :

$$0,80 \cdot n \cdot \Delta H^\circ + [n \cdot C_{pm}(Mg(OH)_2) + 22 \cdot C_{pm}(H_2O, l)](T_f - T_i) = 0.$$

→ On pourrait ajouter une capacité thermique de la cuve de celle-ci préleve une partie de la chaleur.

$$\Rightarrow n \cdot \Delta H^\circ + [n \cdot C_{pm}(Mg(OH)_2) + 22 \cdot C_{pm}(H_2O, l) + C_{cuve}](T_f - T_i) = 0.$$

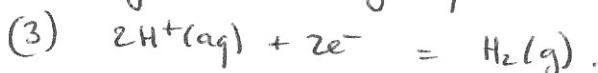
## Autre méthode par calcul $K^\circ$ au début du problème.



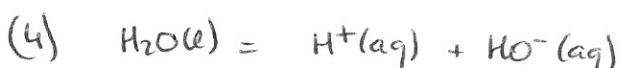
$$\Delta_r G_1^\circ = -RT \ln K^\circ$$



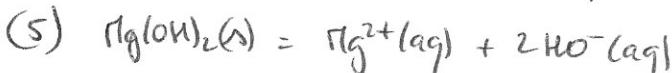
$$\Delta_m G_2^\circ = 2FE^\circ (Mg^{2+}/Mg)$$



$$\Delta_m G_3^\circ = -2FE^\circ (H^+/H_2) = 0$$



$$\Delta_r G_4^\circ = -RT \ln K_e = 0,00V$$



$$\Delta_r G_5^\circ = -RT \ln K_s$$

$$(1) = -(5) + (3) + (2) + 2(4)$$

$$\hookrightarrow \text{loi de Henr : } \Delta_r G_1^\circ = -\Delta_r G_5^\circ + \Delta_{12} G_3^\circ + \Delta_{12} G_2^\circ + 2 \Delta_r G_4^\circ$$

$$\boxed{K^\circ = \frac{(K_e)^2}{K_s} 10^{-\frac{E^\circ(Mg^{2+}/Mg)}{0,03}}}$$

(3)

# PRODUCTION INDUSTRIEUSE D'ACIDE SULFURIQUE

## B1 - Etude de l'oxydation du dioxyde de soufre.

a) Enthalpie standard de réaction:  $\Delta_rH^\circ = \sum \nu_i \cdot \Delta_fH_i^\circ = -98,8 \text{ kJ.mol}^{-1}$

Entropie standard de réaction:  $\Delta_rS^\circ = \sum \nu_i \cdot S_i^\circ = -93,9 \text{ J.K}^{-1}.mol^{-1}$

Enthalpie libre standard de réaction:

$$\Delta_rG^\circ = \Delta_rH^\circ - T \cdot \Delta_rS^\circ = -98,8 \cdot 10^3 + 93,9 \cdot T.$$

La transformation est favorable si  $K^\circ > 1 \Leftrightarrow \Delta_rG^\circ = -RT \ln K^\circ < 0$ .

$$\Rightarrow T < 1052 \text{ K.}$$

b)  $K_1^\circ(T=718\text{K}) = \exp\left(-\frac{\Delta_rG^\circ(T)}{RT}\right) \Rightarrow K_1^\circ(T=718\text{K}) = 192.$

On vérifie bien que  $K^\circ > 1$  et cohérent avec  $T < 1052\text{K}$ .

c) Nombre de paramètres inconnus nécessaires pour décrire le système:

$$X=5 : T, P, \alpha_{SO_2}^g, \alpha_{SO_3}^g, \alpha_{O_2}^g.$$

Relations fixant ou liant les valeurs de ces 5 paramètres inconnus.

$$Y=2 \quad \text{Au sein de la phase gazeuse: } \alpha_{SO_2}^g + \alpha_{SO_3}^g + \alpha_{O_2}^g = 1.$$

$$\text{Relation de Goldborg-Wagstaff: } K^\circ(T) = Q_{reg} = \frac{\alpha_{SO_3}}{\alpha_{SO_2} \cdot (\alpha_{O_2})^{1/2}}$$

$$K^\circ(T) = \frac{\alpha_{SO_3}}{\alpha_{SO_2} \cdot (\alpha_{O_2})^{1/2}} \frac{(P_0)^{1/2}}{P}$$

$\Rightarrow$  La réactivité est égale à 3.

L'expérimentateur dispose de 3 degrés de liberté pour contrôler totalement la position de l'équilibre chimique étudié.

Par exemple, T, P et  $\alpha_{O_2}$  peuvent être contrôlés indépendamment.

d)  $\Delta_rH^\circ < 0$ : la réaction est exothermique

D'après la loi de Van't Hoff,  $\frac{dk^\circ}{dT} = \frac{1}{K^\circ} \frac{dK^\circ}{dT} = \frac{\Delta_rH^\circ}{RT^2} \Rightarrow \frac{dK^\circ}{dT} = \frac{K^\circ}{RT^2} \Delta_rH^\circ$

$\Rightarrow K^\circ$  est une fonction décroissante de T.

$\Rightarrow$  Sur le plan thermodynamique, il est préférable de travailler à basse température mais pas trop basse, car sur le plan cinétique, cela ralentit la réaction.

② En supposant que le système ait atteint l'équilibre chimique,

$$Q_r = K^o \Leftrightarrow K^o = \frac{x_{SO_3}}{x_{SO_2} \cdot (x_{O_2})^{1/2}} \left( \frac{P^o}{P} \right)^{1/2}$$

En augmentant  $P$ ,  $Q_r$  est diminué ce qui implique  $Q_r < K^o$ .  
L'équilibre évolue alors dans le sens de formation de  $SO_3$ .

Baisser le pression est intéressant pour optimiser la formation de  $SO_3$ .

③ Bilan de matière :

	$SO_2(g)$	$\frac{1}{2} O_2(g)$	$SO_3(g)$	$n_{SO_3}$
Init.	$n_0$	$n$	0	$n_0 + n$
Evt.	$n_0 - \frac{n}{2}$	$n - \frac{1}{2}n$	$\frac{n}{2}$	$n_0 + n - \frac{1}{2}n$
	$n_0(1-\alpha)$	$n - \frac{1}{2}n\alpha$	$n\alpha$	$n + n_0(1 - \frac{1}{2}\alpha)$

$$\alpha = \frac{\frac{n}{2}}{n_0}$$

A l'équilibre chimique,  $K^o = \frac{x_{SO_3}}{x_{SO_2} \cdot (x_{O_2})^{1/2}} \left( \frac{P^o}{P} \right)^{1/2}$

$$K^o = \frac{\frac{n\alpha}{n_0 + n - \frac{1}{2}n} \left( \frac{P^o}{P} \right)^{1/2}}{\frac{n_0(1-\alpha)}{n_0 + n - \frac{1}{2}n} \left( \frac{x_{O_2} P}{P^o} \right)^{1/2}}$$

) remplacement des  $x_{SO_2}$  et  $x_{SO_3}$  par  $n/n_{SO_3}$ .

$$K^o = \frac{\alpha}{1-\alpha} \left( \frac{P^o}{P_{O_2}} \right)^{1/2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\alpha = \frac{1}{1 + \frac{1}{K^o} \sqrt{\frac{P^o}{P_{O_2}}}}}$$

Pour augmenter la production de  $SO_3$ , il faut chercher à augmenter  $\alpha$ , ce qui revient à augmenter  $P_{O_2}$ . (en maintenant les autres paramètres constants)

## B2 - Synthèse industrielle de $SO_3$ .

④ Composition initiale ( $P = n_{tot initial} = 100 \text{ mol}$ ) : 7,6 mol de  $SO_2$ , 11,0 mol de  $O_2$ , 81,4 mol de  $N_2$ .

Bilan de matière :

	$SO_2(g)$	$\frac{1}{2} O_2(g)$	$SO_3(g)$	$N_2$	$n_{SO_3}$
Init	7,6	11,0	0	81,4	100
Utilez	7,6 - $\frac{n}{2}$	$11 - \frac{1}{2}n$	$\frac{n}{2}$	81,4	$100 - \frac{n}{2}$

$$\text{A l'équilibre chimique, } K^\circ = Q_r = \frac{x_{SO_3}}{x_{SO_2} \cdot (x_{O_2})^{1/2}} \left( \frac{P^0}{P} \right)^{1/2} = \frac{n_{SO_3} (n_{gaz})^{1/2}}{n_{SO_2} \cdot (n_{O_2})^{1/2}} \left( \frac{P^0}{P} \right)^{1/2}$$

$$K^\circ = \frac{\frac{3}{5} \cdot (100 - \frac{1}{2} \cdot 3)^{1/2}}{(7,6 - 3)^{1/2} \cdot (11 - \frac{1}{2} \cdot 3)^{1/2}} \left( \frac{P^0}{P} \right)^{1/2}$$

b) le taux de conversion  $\alpha = \frac{\xi}{\xi_{\max}} = \frac{\xi}{7,6} \Rightarrow K^\circ = \frac{\alpha (100 - 3,8\alpha)^{1/2}}{(1-\alpha)(11 - 3,8\alpha)^{1/2}} \left( \frac{P^0}{P} \right)^{1/2}$

D'après l'énoncé  $\alpha$  proche de 1, l'équation se simplifie aussi:

$$K^\circ \approx \frac{1 \times (100 - 3,8)^{1/2}}{(1-\alpha)(11 - 3,8)^{1/2}} \Rightarrow \text{comme } K^\circ = 192 \text{ à } 718\text{K, on trouve}$$

$$\boxed{\alpha = 0,98} \Rightarrow \text{approximation valable}$$

(Remarque sans approximation, la résolution de l'équation conduit aussi à  $\alpha = 0,98$ ).

c) Graphiquement, on peut voir que  $\alpha$  est important (conversion importante du réactif  $SO_2$ ) tant que  $T < 800\text{K}$   
Sur le plan pratique, il faut  $T > 600\text{K}$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \boxed{600 < T < 800\text{K}}$$

d) A  $718\text{K}$ , on pourrait espérer un maximum en rendement de 99%, mais on ne laisse pas assez de temps au système pour atteindre l'état final.  
 $\Rightarrow \alpha_1 = 0,65 \Rightarrow \boxed{\xi_{\text{final}} = 4,9 \text{ mol.}}$

Composition du gaz en sortie:

$$\begin{aligned} n_{SO_2,f} &= 2,7 \text{ mol} \\ n_{O_2,f} &= 8,6 \text{ mol} \\ n_{SO_3,f} &= 4,9 \text{ mol.} \\ n_{N_2,f} &= 81,4 \text{ mol.} \end{aligned}$$

e) La variation de température est due à la libération d'énergie par la transformation chimique.

$$\Delta H = Q = 0 = \Delta H_{\text{chim}} + \Delta H_{\text{phys}} \quad (\text{Faire un cycle type "Température de flamme"})$$

$\uparrow \quad \uparrow$   
path adiabatique

$$0 = \xi_f \cdot \Delta H^\circ + [2,7(P(SO_2)) + 8,6(P(O_2)) + 4,9(P(SO_3)) + 81,4(P(N_2))] (T_{S1} - T_{E1})$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{S1} - T_{E1} = 145\text{ K}} \Rightarrow \boxed{T_{S1} = 863\text{ K.}}$$

6

⑧ les gaz peuvent être introduits dans le réacteur suivant, mais à cette température, le rendement sera moins bon.

Il faudra donc le refroidir

Pour cela, on peut utiliser un échangeur thermique: le gaz circule dans des tuyaux entourés par un fluide plus froid ce qui permet de diminuer la température (c'est l'analogie d'un réfrigérateur).